

Qualitätskostenmodelle für die Elektronikfertigung – Eine Kurzbeschreibung

Supplement zum Microsoft Excel®-Arbeitsblatt „QuKoMod_V1_7_Int“

Autor: PD Dr.-Ing. habil. Martin Oppermann

Kontakt: martin.oppermann@tu-dresden.de

Inhaltsverzeichnis

1	Qualitätskostenmodelle und SPC.....	2
2	Das Grundmodell der Qualitätskostenoptimierung	2
3	Erweitertes Grundmodell für zwei Prozesse	5
4	Verallgemeinerung des erweiterten Grundmodells	7
5	Der Prüfprozess und die Qualitätskosten	10
6	Qualitätskostenmodell mit SPC	14
7	Weiterführende Literatur	20

Haftungsausschluss

Die Qualitätskostenmodelle und das zugehörige Microsoft Excel®-Arbeitsblatt wurden sorgfältig entwickelt und getestet, und sind erfolgreich im industriellen Einsatz. Trotzdem können der Autor und die Distributoren dieses Textes und der zugehörigen Excel®-Datei nicht für Schäden haften, die durch deren Anwendung möglicherweise entstehen.

Die Weitergabe dieses Textes und der zugehörigen Excel®-Datei sind in unveränderter Form kostenfrei erlaubt.

Dresden, 31.01.2019

1 Qualitätskostenmodelle und SPC

In der Elektronikfertigung sind bestimmte technologische Prozesse miteinander gekoppelt, um Flachbaugruppen zu bestücken und ihre Funktionsfähigkeit nachzuweisen. Dabei wirken sehr viele Parameter und Störgrößen auf die technologischen und Prüfprozesse ein, so dass eine reine Prozessüberwachung zur Erreichung der Endqualität der Produkte meist nicht ausreicht. Das gilt besonders bei so genannter „High Mix / Low Volume“-Fertigung. Dementsprechend werden in den technologischen Ablauf Prüfprozesse mit meist direkt angeschlossenen Reparaturplätzen eingefügt, um die Fehlerquote zu senken. Die Frage, die sich daraus stellt, ist die Frage, wann ein Prüfprozess kostenmäßig sinnvoll ist und wann nicht. Dabei sind die Kosten (als Währung) unsere Mess- und Vergleichsgröße zum Vergleich von Prozessen, die nicht über physikalische Größen miteinander vergleichbar sind. Der Vergleich von Prozessen nur über die Fehlerquote genügt nicht, da das Vorhandensein eines Fehlers nicht den Aufwand widerspiegelt, der nötig ist, den Fehler zu beseitigen. Es ist denkbar die Kosten ohne Einheit (Währung) zu berechnen und darzustellen. Jedoch macht die Darstellung der Qualitätskosten in Währungseinheiten die Bedeutung eines Fehlers und den Aufwand für seine Beseitigung besser klar und steigert damit die Transparenz der Prozesse. Ein zusätzlicher Effekt ist die Sensibilisierung der Mitarbeiter in den Prozessen für die Komplexität ihres Prozesses und ihrer Arbeit.

2 Das Grundmodell der Qualitätskostenoptimierung

Das Modell geht von folgender Annahme aus: Es existiert ein technologischer Prozess T mit einer Fehlerquote p . Um diese Fehlerquote p festzustellen, kann direkt nach dem technologischen Prozess T ein Prüfprozess P mit angeschlossenem Rückweiseprozess R (oder auch allgemein ein Qualitätsprozess Q) eingefügt werden - oder es wird keine Prüfung vorgenommen, und der Fehler wird an einer späteren technologischen Stelle festgestellt und beseitigt (Bild 1).

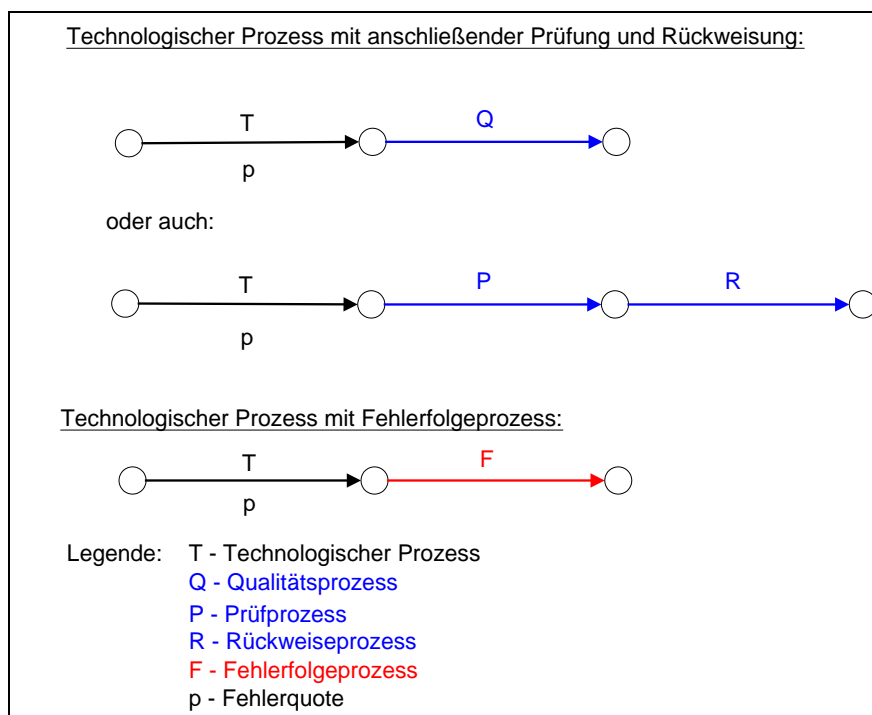


Bild 1: Darstellung der Technologievarianten mit und ohne Prüfung

Im Falle der Prüfung P nach der Technologie T entstehen die Kosten k_P (Prüfkosten) und in Abhängigkeit von der Fehlerquote p die Rückweisekosten k_R (z. B. Reparaturkosten oder Aussonderungskosten). Im Falle keiner Prüfung nach T entstehen Fehlerfolgekosten k_F dadurch, dass die Fehler durch weitere technologische Schritte „veredelt“ werden und erst an späterer Stelle im technologischen Fluss gefunden und beseitigt werden. Ziel des Modells ist es, eine Aussage drüber zu liefern, ab welcher Fehlerquote p die Einführung eines Prüfprozesses P kostengünstiger ist, als den Fehlerfolgeprozess in Kauf zu nehmen. Um eine Vergleichbarkeit der Kosten herzustellen, sind diese als Angaben pro Stück zu verstehen.

Die Kostenfunktionen lassen sich wie folgt beschreiben:

Kosten ohne Prüfung:

$$k_0 = k_T + p \cdot k_F \quad (1)$$

Kosten mit Prüfung:

$$k_1 = k_T + k_P + p \cdot k_R \quad (2)$$

mit

- k_T - Kosten des technologischen Prozesses pro Stück
- k_F - Fehlerfolgekosten pro Stück
- k_P - Prüfkosten pro Stück
- k_R - Rückweisekosten pro Stück.

Es wird angenommen, dass die technologischen Kosten k_T im Falle der Prüfung oder der Nichtprüfung gleich sind und somit als Konstante aus den nachfolgenden Betrachtungen herausfallen. Für den Fall, dass die Fehlerfolgekosten größer sind als die Summe der Prüf- und Rückweisekosten, existiert ein Schnittpunkt der beiden Geradengleichungen (siehe Bild 2), der sich durch eine Fehlerquote, die Trennfehlerquote p^* , und durch einen Kostenwert k^* beschreiben lässt. Die Gleichung der Trennfehlerquote p^* lautet:

$$p^* = \frac{k_P}{k_F - k_R} \quad \text{für} \quad k_0 = k_1 = k^* \quad \text{wenn} \quad k_F > k_P + k_R \quad (3).$$

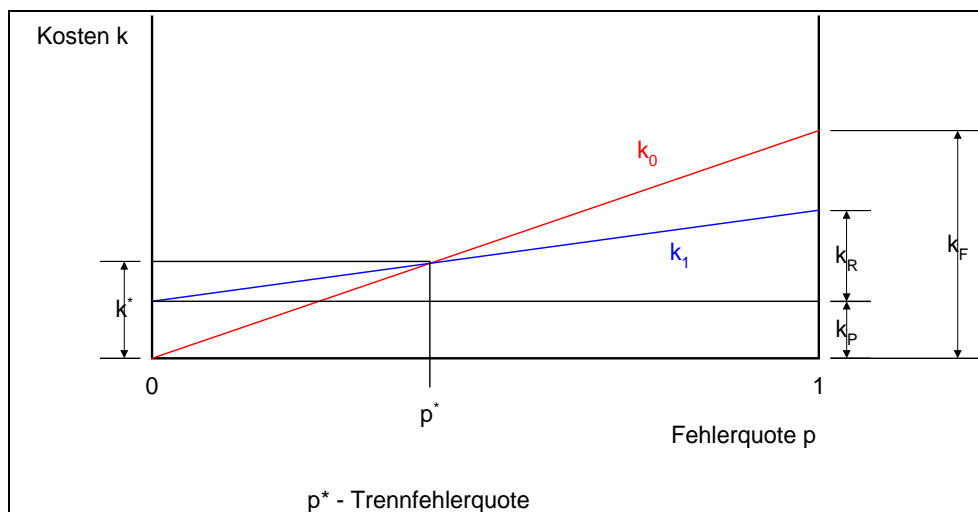


Bild 2: Kostenverläufe mit und ohne Prüfung

Linksseitig der Trennfehlerquote p^* ist eine Prüfung immer teurer, als rechtsseitig. Mit diesem einfachen Modell ist es also möglich, mit der Kenntnis der entsprechenden Kosten, auf der Basis der Fehlerquote eine Aussage über die kostenmäßige Notwendigkeit eines Prüfprozesses zu treffen. Im Falle, dass die Fehlerfolgekosten k_F kleiner sind, als die Summe aus Prüfkosten k_P und Rückweisekosten k_R , ist das Nichtprüfen immer billiger, als das Prüfen (Bild 3).

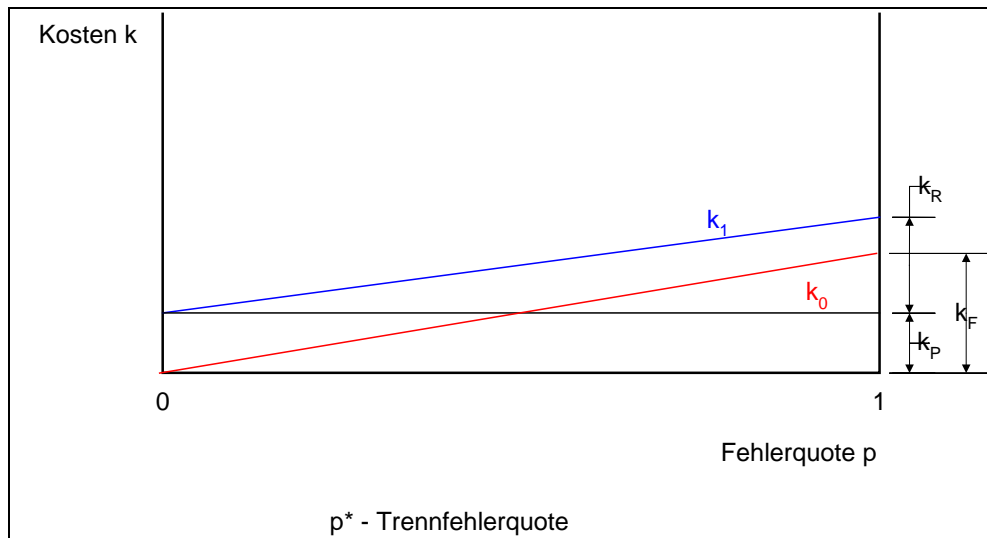


Bild 3: Kostenverlauf für $k_F < k_P + k_R$

Gleichwohl gilt, dass nicht allein die Kostenbetrachtung das Vorhandensein eines Prüfprozesses motiviert, sondern auch solche Faktoren, wie Kundenforderung, Nachweispflicht und Prozesskontrolle.

3 Erweitertes Grundmodell für zwei Prozesse

Folgen zwei technologische Schritte aufeinander, so gibt es die Möglichkeit nach jeder Technologie zu prüfen oder nach der zweiten Technologie einen Prüfschritt vorzusehen, der für die Prüfung der in beiden Technologien entstandenen Fehler qualifiziert ist. Dementsprechend ist das Grundmodell anzupassen (Bild 4).

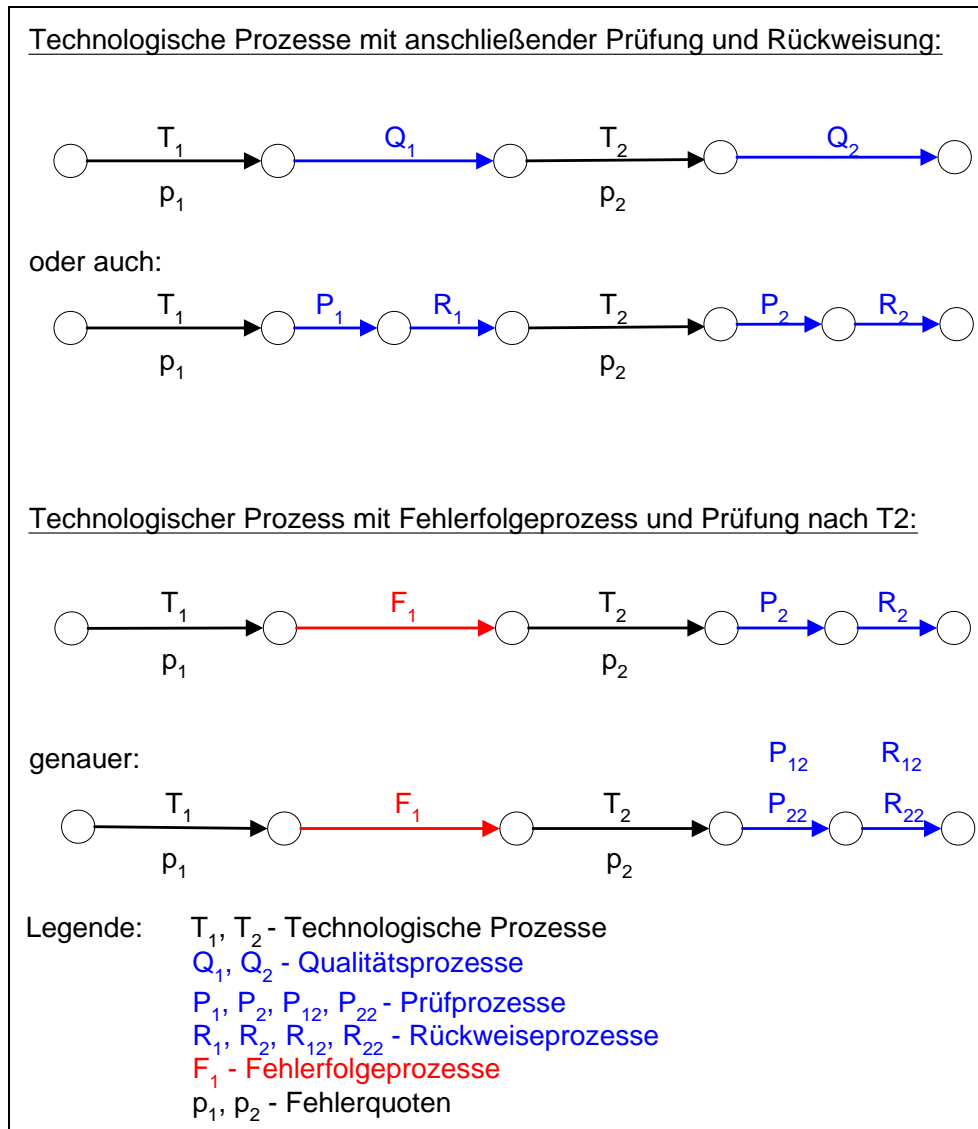


Bild 1: Erweitertes Grundmodell mit zwei Technologien

Die Eigenschaft eines Prüf- und Rückweiseprozesses für eine vorhergehende Technologie qualifiziert zu sein, d. h. Fehler, die in dieser Technologie entstanden sind, zu finden, wird durch entsprechende Indizes angezeigt (z. B. P_{12} ist der Prüfprozess, der die Fehler der Technologie T_1 nach der Technologie T_2 erkennt). Auch bei diesem Modell wird der Kostenverlauf, bezogen auf Technologie T_1 , durch zwei Gradengleichungen beschrieben:

Kosten ohne Prüfung nach T_1 :

$$k_0 = k_{T1} + k_{T2} + k_{P12} + k_{P22} + p_1 \cdot k_{R12} + p_2 \cdot k_{R22} \quad (1)$$

Kosten mit Prüfung nach T_1 :

$$k_1 = k_{T1} + k_{P11} + p_1 \cdot k_{R11} + k_{T2} + k_{P22} + p_2 \cdot k_{R22} \quad (2)$$

mit k_{T1}, k_{T2} - Kosten der technologischen Prozesse pro Stück
 $k_{P11}, k_{P22}, k_{P12}$ - Prüfkosten pro Stück
 $k_{R11}, k_{R22}, k_{R12}$ - Rückweisekosten pro Stück.

Auch bei diesem Modell gilt, dass die technologischen Kosten k_{T1} und k_{T2} als für beide Fälle konstant angenommen werden und damit aus den folgenden Betrachtungen herausfallen. Für den Fall, dass die Summe aus den Rückweise- und Prüfkosten der Technologie T_1 mit Prüfung erst nach T_2 größer ist als die Summe aus den Rückweise- und Prüfkosten mit Prüfung direkt nach T_1 , existiert ein Schnittpunkt der beiden Geraden, der durch die Trennfehlerquote p_1^* und den Kostenwert k^* beschrieben wird (Bild 5).

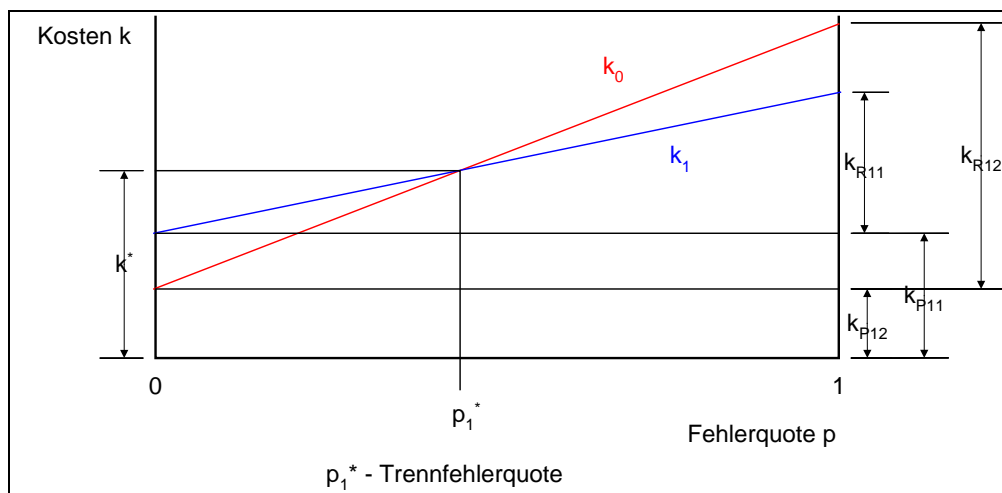


Bild 2: Kostenverläufe für zwei Technologien

In Bild 5 wird sichtbar, dass auch wenn nach T_1 nicht geprüft und rückgewiesen wird, ein Prüfkostenanteil k_{P12} entsteht, der dadurch begründet wird, dass der Prüfprozess nach T_2 auch für die Prüfung der in Technologie T_1 entstandenen Fehler qualifiziert sein muss. Diese Kosten können z. B. Ausrüstungskosten durch Anpassung der Prüftechnik sein oder Zeitkosten durch Erhöhung der notwendigen Prüfzeit.

Die Trennfehlerquote p_1^* ergibt sich aus den oben gezeigten Gradengleichungen wie folgt:

$$p_1^* = \frac{k_{P11} - k_{P12}}{k_{R12} - k_{R11}} \quad \text{für} \quad \begin{matrix} k_0 = k_1 = k^* \\ p_1 = p^* \end{matrix} \quad \text{wenn} \quad k_{R12} + k_{P12} > k_{R11} + k_{P11} \quad (3).$$

Auch bei diesem Modell ist der Fall denkbar und in der Realität nachweisbar, dass Nichtprüfen nach Technologie T_1 immer billiger ist, als die Einführung eines Prüf- und Rückweisprozesses (Bild 6).

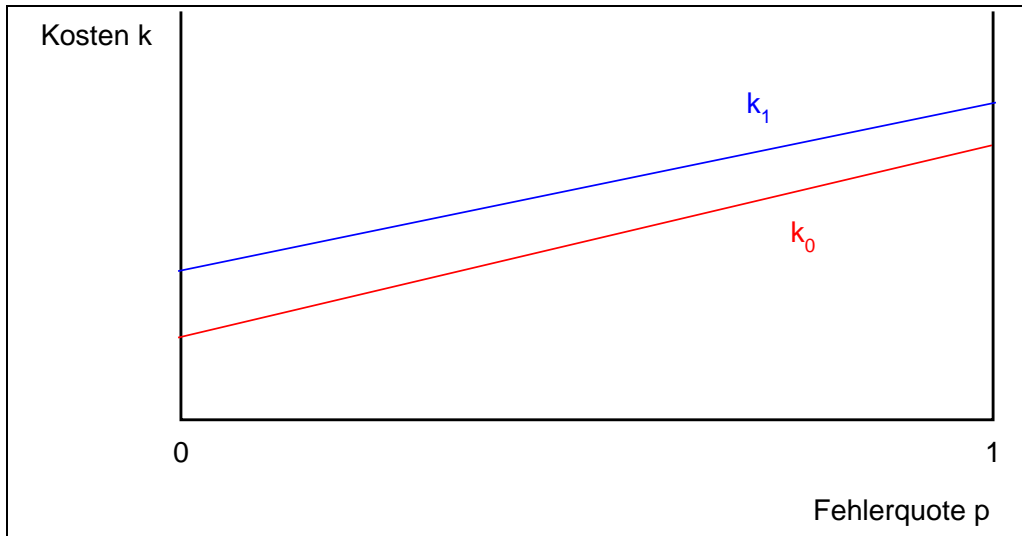


Bild 3: Kostenverläufe für $k_{R12} + k_{P12} < k_{R11} + k_{P11}$

4 Verallgemeinerung des erweiterten Grundmodells

Bei der Produktion elektronischer Baugruppen folgen eine Reihe technologischer Prozesse aufeinander. Diesen können wiederum Prüf- und Rückweiseprozesse zugeordnet werden. Dabei ergeben sich für eine Anzahl von Technologien $T_1 \dots T_N$ 2^N Möglichkeiten. Unter der Annahme, dass am Ende des technologischen Durchlaufs immer ein Prüf- und Rückweiseprozess angeordnet ist, reduzieren sich die noch verbleibenden Möglichkeiten auf 2^{N-1} Anordnungen (Bild 7).

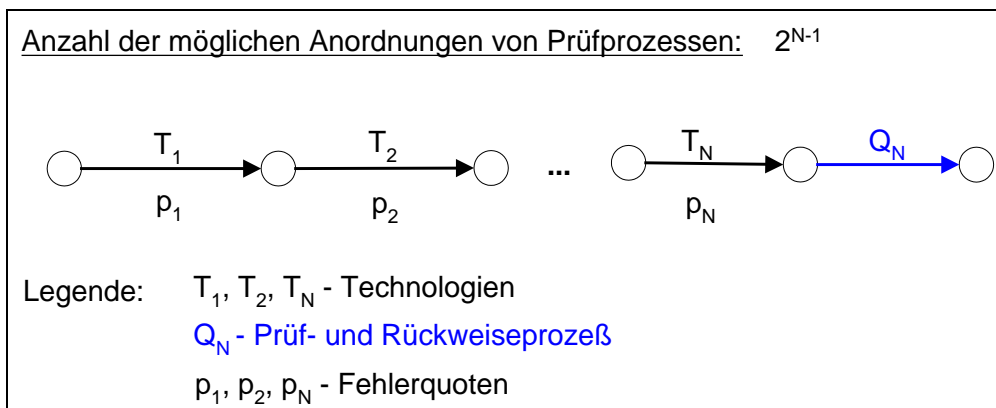


Bild 1: Zahl der Möglichkeiten der Anordnung von Prüfprozessen

Wiederum wird davon ausgegangen, dass es die Möglichkeit gibt, direkt nach einem technologischen Prozess zu Prüfen, oder den Prüf- und Rückweiseprozess nach einem späteren technologischen Prozess anzuordnen. Die Darstellung erfolgt verallgemeinert mit Indizes (siehe Bild 8).

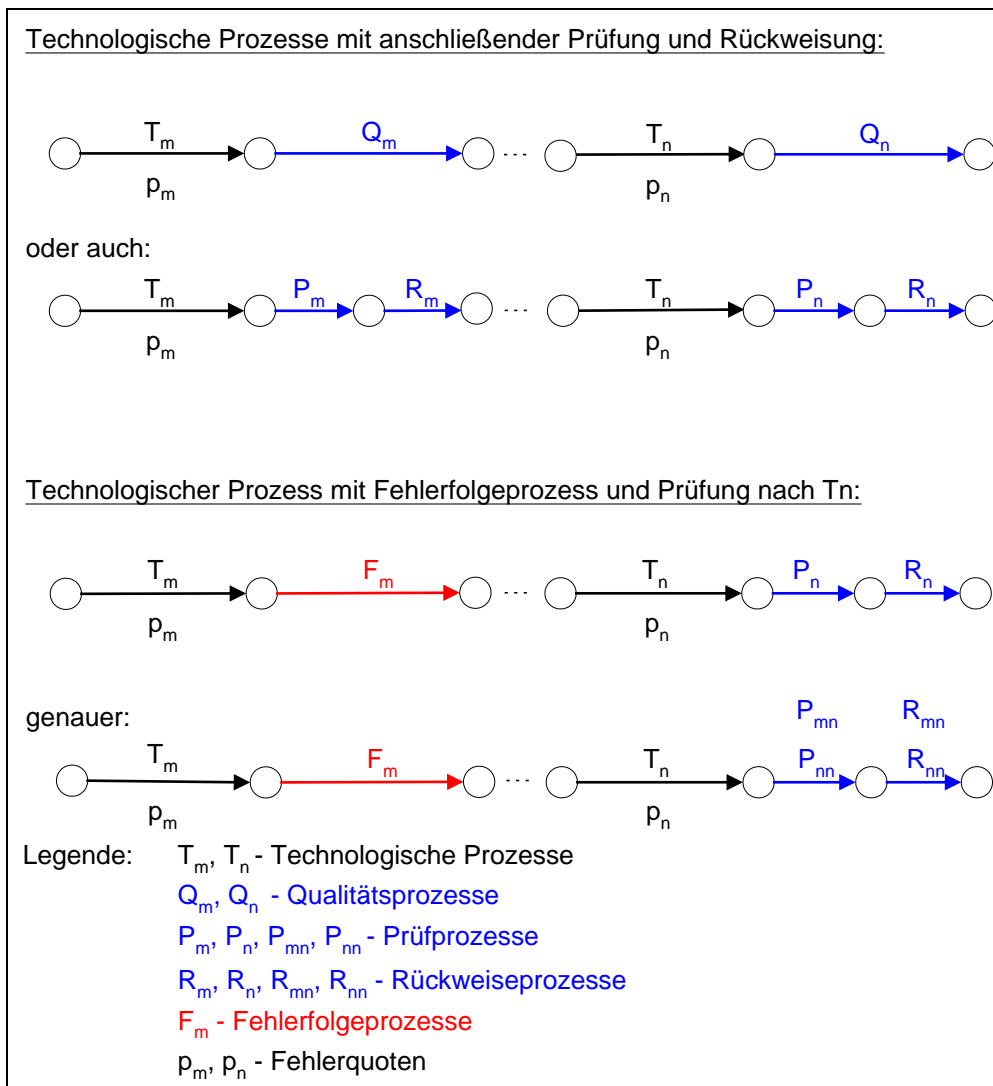


Bild 2: Verallgemeinertes Grundmodell

Die Berechnung der Kosten erfolgt analog denen im erweiterten Grundmodell. Die Gradengleichungen lauten wie folgt:

Kosten ohne Prüfung nach T_m:

$$k_0 = k_{Tm} + k_{Tn} + k_{Pmn} + k_{Pnn} + p_m \cdot k_{Rmn} + p_n \cdot k_{Rnn} \quad (1)$$

Kosten mit Prüfung nach T_m:

$$k_1 = k_{Tm} + k_{Pmn} + p_m \cdot k_{Rmn} + k_{Tn} + k_{Pnn} + p_n \cdot k_{Rnn} \quad (2)$$

mit

- k_{Tm}, k_{Tn} - Kosten der technologischen Prozesse pro Stück
- $k_{Pmn}, k_{Pnn}, k_{Pmn}$ - Prüfkosten pro Stück
- $k_{Rmn}, k_{Rnn}, k_{Rmn}$ - Rückweisekosten pro Stück.

Da die technologischen Kosten k_{Tm} und k_{Tn} als konstant angenommen werden, fallen sie aus den weiteren Betrachtungen heraus. Wiederum soll der Fall betrachtet werden, dass ein Schnittpunkt zwischen beiden Geraden existiert, der durch die Trennfehlerquote p_m^* und k^* beschrieben wird (Bild 9).

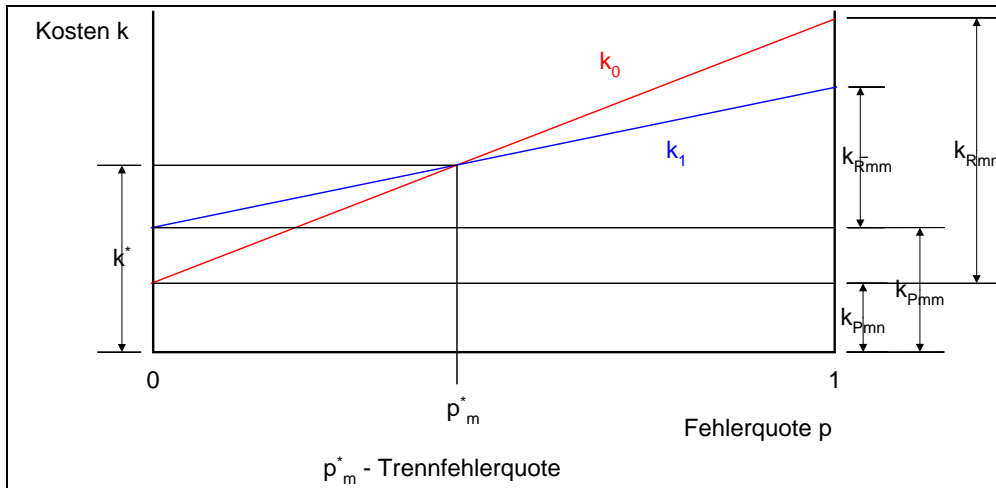


Bild 3: Verallgemeinerte Darstellung des Kostenverlaufs

Die Trennfehlerquote p_m^* für das verallgemeinerte Modell berechnet sich wie folgt:

$$p_m^* = \frac{k_{Pmn} - k_{Pmm}}{k_{Rmn} - k_{Rmm}} \quad \text{für} \quad k_0 = k_1 = k^* \quad \text{wenn} \quad k_{Rmn} + k_{Pmn} > k_{Rmm} + k_{Pmm} \quad (3).$$

Natürlich muss auch bei diesem Modell der Fall beachtet werden, dass die Nichtprüfung immer kostengünstiger als die Prüfung und Rückweisung direkt nach der Technologie T_m ist (die Geraden schneiden sich nicht).

Die Anwendbarkeit des verallgemeinerten Grundmodells beschränkt sich nicht nur auf die technologischen Prozesse der Baugruppenbestückung. Das Modell kann global zur Betrachtung des gesamten Produktlebenszyklus verwendet werden (Bild 10). Problematisch erscheint bei dieser Betrachtung aber die Gewinnung der notwendigen Daten aus der Realität.

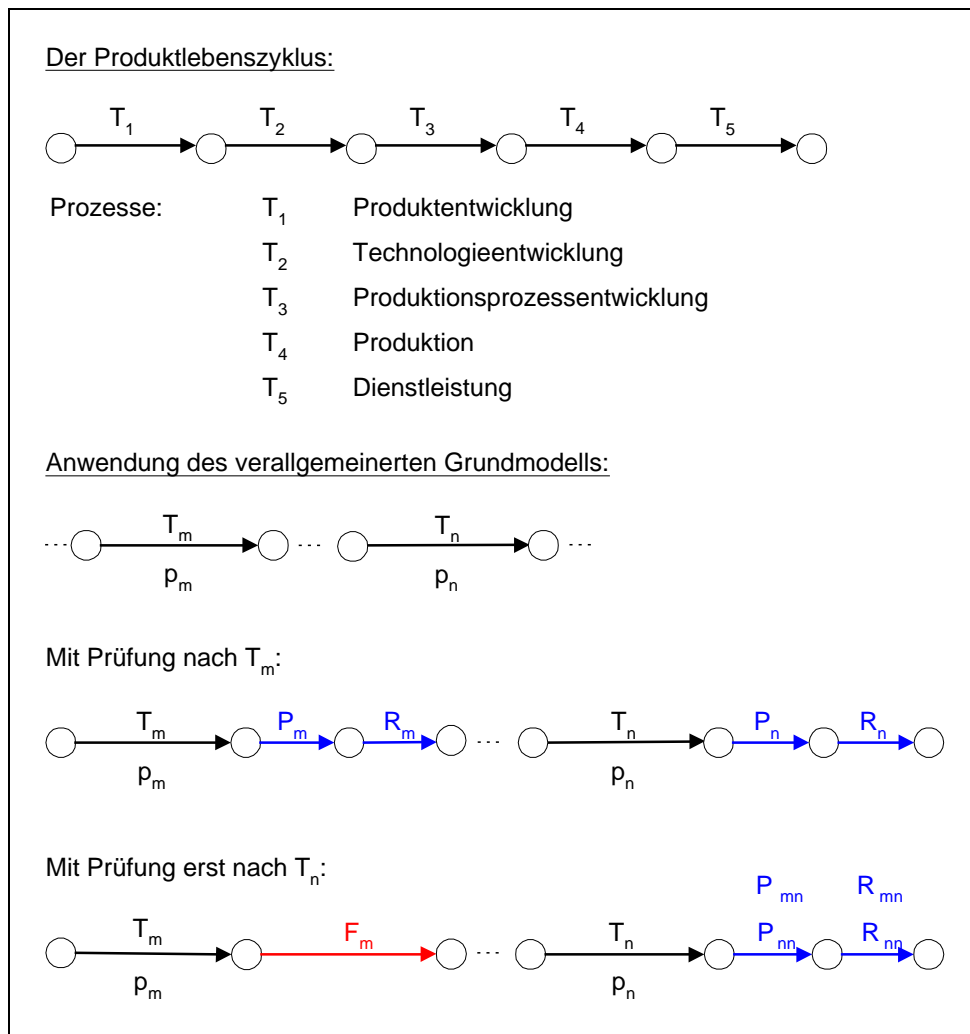


Bild 4: Modelldarstellung für den Produktlebenszyklus

5 Der Prüfprozess und die Qualitätskosten

In den bisherigen Betrachtungen spielten die technologischen Prozesse als Verursacher der Fehlerquote p die Hauptrolle. Die Prüfprozesse selbst erscheinen als „black box“, in denen lediglich die Ausbeute y von den fehlerhaften Baugruppen p getrennt werden, wobei gilt:

$$y = 1 - p \quad (1)$$

y - Ausbeute

p - Fehlerquote.

Dies ist die Idealvorstellung eines Prüfprozesses (Bild 11).

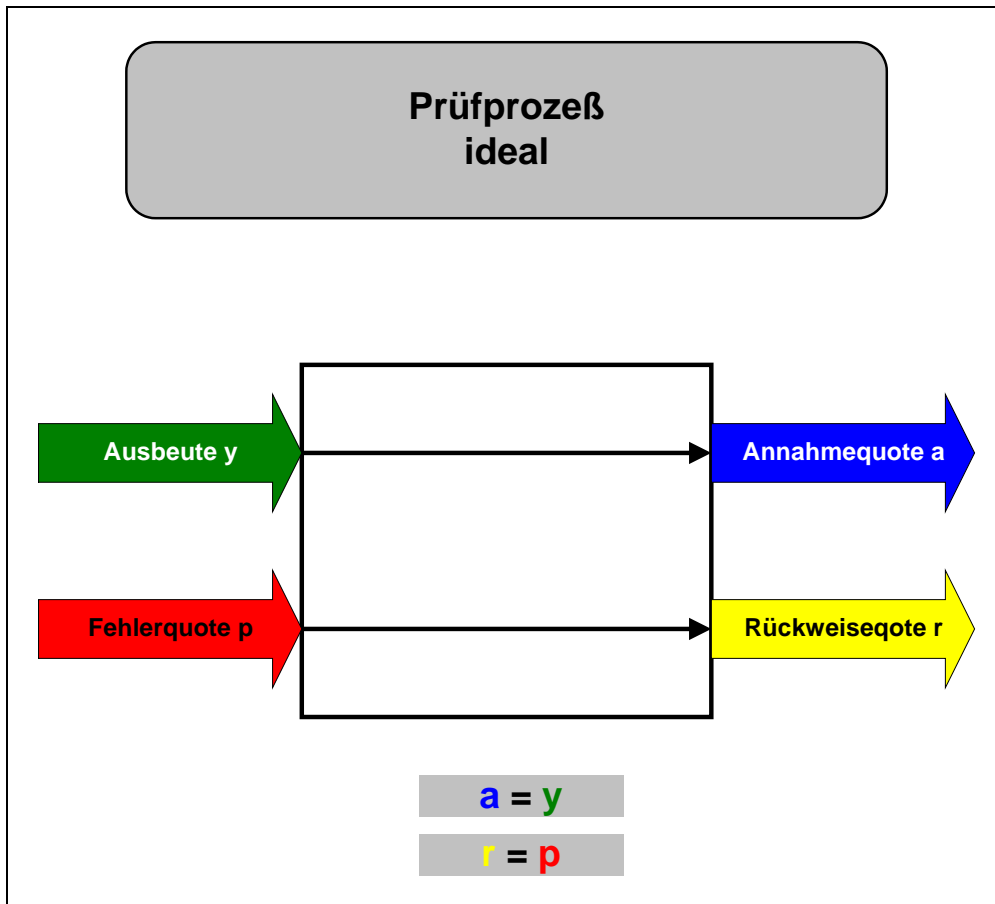


Bild 1: Idealer Prüfprozess

Die Realität zeigt sich aber anders. Genau wie technologische Prozesse machen auch Prüfprozesse Fehler. Durch die Zweigleisigkeit der Eingangsgrößen (fehlerhafte und fehlerfreie Baugruppen) können im Prüfprozess auch zweierlei Fehlerarten entstehen:

- der Pseudofehler: wirklich der Spezifikation entsprechende Baugruppen werden durch den Prüfprozess als fehlerhaft deklariert und dem Rückweiseprozess zugeführt
⇒ **Fehler 1. Art α**
- der Fehlerschlupf: tatsächlich fehlerhafte Baugruppen werden durch den Prüfprozess als fehlerfrei deklariert und an den nächsten technologischen Schritt übergeben
⇒ **Fehler 2. Art β**

Dieser Mechanismus führt zu einer Veränderung der Werte für die Ausbeute y bzw. die Fehlerquote p durch den durchlaufenen Prüfprozess (Bild 12).

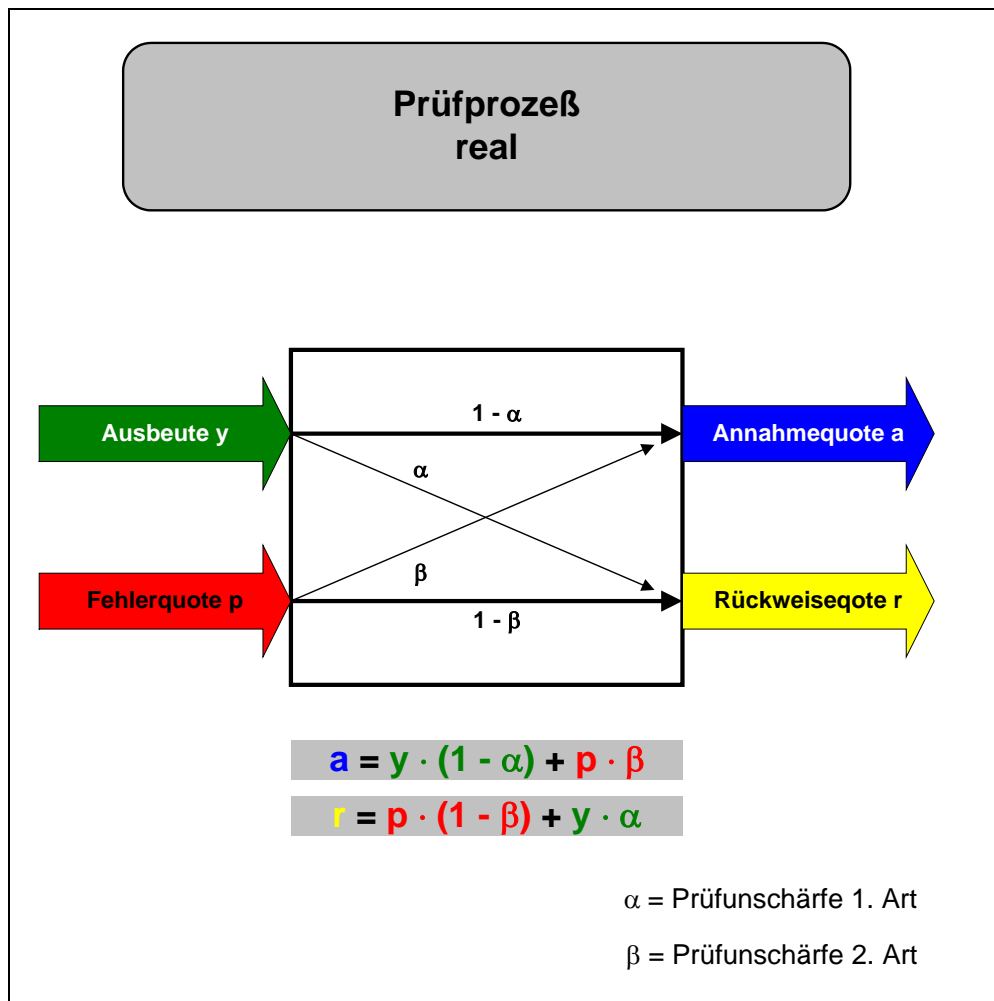


Bild 2: Realer Prüfprozess

Bei Einbeziehung dieser Mechanismen in die Kostenbetrachtungen mit und ohne Prüfung nach einem bestimmten technologischen Prozess ergeben sich folgende Gleichungen bei Anwendung des Grundmodells:

Kosten ohne Prüfung nach T:

$$k_0 = k_T + p \cdot k_F \quad (2)$$

Kosten mit Prüfung nach T:

$$k_1 = k_T + k_p + p \cdot (1 - \beta) \cdot k_R + (1 - p) \cdot \alpha \cdot k_R + p \cdot \beta \cdot k_F \quad (3)$$

mit

- k_T - Kosten des technologischen Prozesses pro Stück
- k_F - Fehlerfolgekosten pro Stück
- k_P - Prüfkosten pro Stück
- k_R - Rückweisekosten pro Stück
- α - Prüfschärfe 1. Art (Pseudofehler)
- β - Prüfschärfe 2. Art (Fehlerschlupf).

Die technologischen Kosten k_T werden wiederum für beide Fälle der Prüfprozessgestaltung als konstant angenommen und fallen damit aus den weiteren Betrachtungen heraus. Wie bei den anderen Modellen wird angenommen, dass sich

die Kosten so entwickeln, dass es einen Schnittpunkt der beiden Geraden gibt. Es soll dabei auch das Verhältnis der Kosten von idealem Prüfprozess zu realem Prüfprozess betrachtet werden (siehe Bild 13).

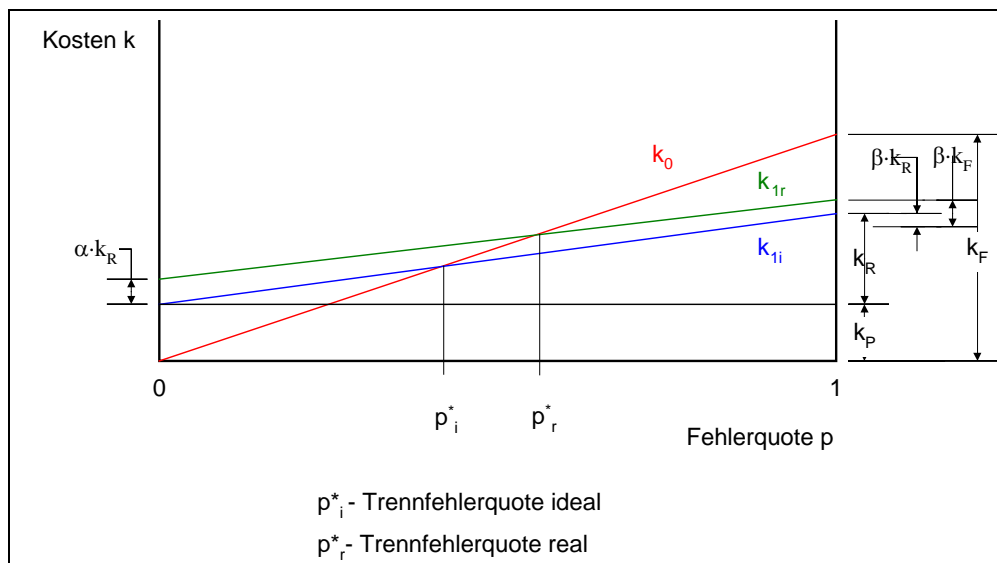


Bild 3: Kostenverlauf Prüfen / Nichtprüfen für idealen und realen Prüfprozess

Daraus leitet sich die Berechnung der Trennfehlerquote p_r^* des realen Prüfprozesses wie folgt ab:

$$p_r^* = \frac{k_P + \alpha \cdot k_R}{(1 - \beta) \cdot k_F - (1 - \beta - \alpha) \cdot k_R} \quad (4)$$

oder

$$p_r^* = \frac{k_P + \alpha \cdot k_R}{(1 - \beta) \cdot (k_F - k_R) + \alpha \cdot k_R} \quad (5).$$

Diese Überlegungen auf die Verallgemeinerung des erweiterten Grundmodells angewandt führen dazu, dass auch bei einem später folgenden Prüfprozess von Prüfschärfen 1. Art und 2. Art ausgegangen werden muss. Da die Prüfprozesse unabhängig voneinander ablaufen, sind auch die Werte für α und β unterschiedlich und müssen durch entsprechende Indizierung unterschieden werden. Führt man in die Gradengleichungen (7) und (8) die Prüfschärfen 1. und 2. Art (α und β) ein, so erhält man folgende Gradengleichungen für die Kosten der Prüfung direkt nach dem technologischen Prozess T_m bzw. nach dem technologischen Prozess T_n :

Kosten ohne Prüfung nach T_m :

$$k_0 = k_{T_m} + k_{P_{mn}} + p_m \cdot k_{R_{mn}} \cdot (1 - \beta_{mn}) + (1 - p_m) \cdot \alpha_{mn} \cdot k_{R_{mn}} + k_{T_n} + k_{P_{nn}} + p_n \cdot k_{R_{nn}} \cdot (1 - \beta_{nn}) + (1 - p_n) \cdot \alpha_{nn} \cdot k_{R_{nn}} \quad (6)$$

Kosten mit Prüfung nach T_m :

$$k_1 = k_{T_m} + k_{P_{mm}} + p_m \cdot k_{R_{mm}} \cdot (1 - \beta_{mm}) + (1 - p_m) \cdot \alpha_{mm} \cdot k_{R_{mm}} + k_{T_n} + k_{P_{nn}} + p_n \cdot k_{R_{nn}} \cdot (1 - \beta_{nn}) + (1 - p_n) \cdot \alpha_{nn} \cdot k_{R_{nn}} \quad (7)$$

mit k_{T_m} , k_{T_n} - Kosten der technologischen Prozesse pro Stück
 $k_{P_{mm}}$, $k_{P_{nn}}$, $k_{P_{mn}}$ - Prüfkosten pro Stück
 $k_{R_{mm}}$, $k_{R_{nn}}$, $k_{R_{mn}}$ - Rückweisekosten pro Stück

- $\alpha_{mm}, \alpha_{nn}, \alpha_{mn}$ - Prüfschärfe 1. Art (Pseudofehler)
 $\beta_{mm}, \beta_{nn}, \beta_{mn}$ - Prüfschärfe 2. Art (Fehlerschlupf).

Aus diesen Gradengleichungen ergibt sich die folgende Gleichung zur Berechnung der Trennfehlerquote p_m^* bezogen auf die Prüfung zum technologischen Prozess T_m unter Einbeziehung der Prüfschärfen 1. und 2. Art:

$$p_m^* = \frac{k_{P_{mn}} - k_{P_{mm}} + \alpha_{mn} \cdot k_{R_{mn}} - \alpha_{mm} \cdot k_{R_{mm}}}{k_{R_{mm}} \cdot (1 - \beta_{mm} - \alpha_{mm}) - k_{R_{mn}} \cdot (1 - \beta_{mn} - \alpha_{mn})} \quad \text{für} \quad \begin{matrix} k_0 = k_1 = k^* \\ p_m = p_m^* \end{matrix} \quad (8).$$

Diese Gleichung gilt wiederum nur für den Fall, dass ein Schnittpunkt zwischen den Kostengeraden k_0 und k_1 existiert.

6 Qualitätskostenmodell mit SPC

In den bisherigen Abschnitten wurden Modelle behandelt, die eine Entscheidung zwischen 0-Prüfung und Vollprüfung ermöglichen. Dazwischen siedelt sich die SPC an. Bei der SPC wird nur ein Teil des Loses Geprüft (die Stichprobe). Aus dem Ergebnis dieser Stichprobenprüfung wird dann auf die Gesamtqualität des Loses geschlossen. Dieser Schluss ist natürlich nicht 100%ig sicher, weswegen Methoden der Statistik bei der Gewinnung der Stichprobe anzuwenden sind. Bild 14 zeigt die Abstraktion eines Fertigungsprozesses mit anschließender Stichprobenprüfung.

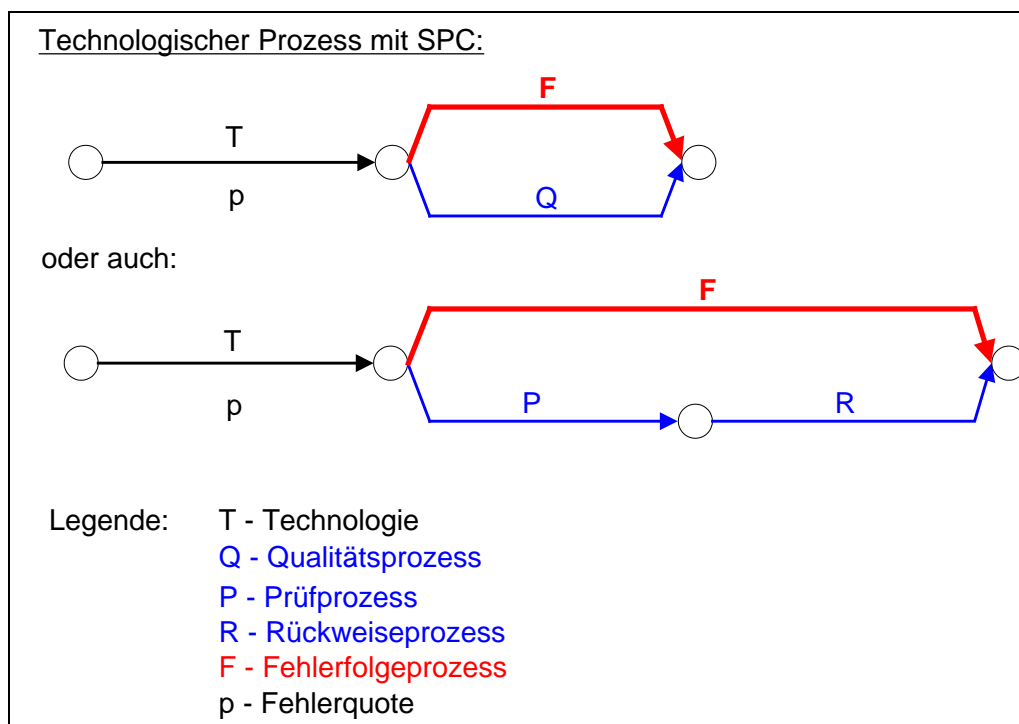


Bild 1: Technologischer Prozess mit anschließender Stichprobenprüfung

Die Voraussetzungen für den Einsatz der SPC in der Fertigung sind kontrollierte und fähige Prozesse. Die Hauptaufgabe der SPC ist es (wie oben bereits angedeutet), aus der Beurteilung der Stichprobe auf die Grundgesamtheit (das Los) zu schließen. Das gesamte Los wird zurückgewiesen, wenn die Stichprobe den geforderten Qualitätsparametern nicht genügt. In diesem Fall folgt eine 100%-Prüfung des Loses. Diese Qualitätsparameter werden durch die Annahmezahl der Stichprobe repräsentiert. Die Annahmezahl A_c ist die Zahl der Baugruppen, die maximal in der

geprüften Stichprobe defekt oder fehlerhaft sein dürfen. Wird diese Zahl überschritten, so folgt die 100%-Prüfung. Die Fehlersuche und -bewertung an den defekten Baugruppen gibt gleichzeitig die Basis für die Prozessregelung. Für die Bestimmung der Kostenfunktionen bei Anwendung der SPC sind folgende Größen notwendig:

- P_a - Annahmewahrscheinlichkeit der Stichprobe **
- N - Losgröße
- n - Stichprobenumfang
- γ - relativer Stichprobenumfang $\nu = \frac{n}{N}$
- k_F - Fehlerfolgekosten pro Stück
- k_P - Prüfkosten pro Stück
- k_R - Rückweisekosten pro Stück
- p - Fehlerquote
- p_{Sa} - Fehlerquote in der angenommenen Stichprobe **
- ρ - Reduktionskoeffizient der Fehlerquote ($\rho < 1$) $p_{Sa} = p \cdot \rho$ **.

Dabei sind lediglich die mit ** gekennzeichneten Größen unbekannt. Alle anderen Größen wurden bereits im Grundmodell eingeführt.

Die Kostengleichungen für die Prüf- und Rückweisekosten einer angenommenen Stichprobe lauten nun wie folgt (Großbuchstaben kennzeichnen die Kosten für das ganze Los; Kleinbuchstaben kennzeichnen die Kosten pro Stück):

$$K_{PSa} = k_P \cdot N \cdot \nu \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{PSa} = k_P \cdot \nu \quad (1)$$

$$K_{RSa} = k_R \cdot N \cdot \nu \cdot p \cdot \rho \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{RSa} = k_R \cdot \nu \cdot p \cdot \rho \quad (2).$$

Die Fehlerfolgekosten lassen sich nach (20) errechnen:

$$K_{FSa} = k_F \cdot (N \cdot p - N \cdot p \cdot \rho \cdot \nu) = k_F \cdot N \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \nu) \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{FSa} = k_F \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \nu) \quad (3).$$

mit: $N \cdot p$ - Gesamtzahl der defekten Baugruppen im Los
 $N \cdot p \cdot \rho \cdot \nu$ - Zahl der reparierten Baugruppen in der Stichprobe.

Daraus ergeben sich die Gesamtkosten für eine angenommene Stichprobe zu:

$$K_{GesSa} = N \cdot P_a \cdot (k_P \cdot \nu + k_R \cdot p \cdot \rho \cdot \nu + k_F \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \nu)) \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{GesSa} = P_a \cdot (k_P \cdot \nu + k_R \cdot p \cdot \rho \cdot \nu + k_F \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \nu)) \quad (4).$$

Im Falle der Überschreitung der Annahmezahl A_c (und damit Ablehnung des Loses) findet eine 100%-Prüfung statt, deren Kosten sich wie folgt berechnen lassen:

$$K_{GesSna} = N \cdot (1 - P_a) \cdot (k_p + p \cdot k_R) \mid \div N$$

$$\Rightarrow \underline{k_{GesSna} = (1 - P_a) \cdot (k_p + p \cdot k_R)} \quad (5).$$

Aus den Kosten der angenommenen und der abgelehnten Stichprobe lässt sich nunmehr die Gesamtkostenfunktion bei Stichprobenprüfung herleiten:

$$\boxed{k_S = k_p + p \cdot k_R + P_a \cdot [p \cdot (k_F - k_R) \cdot (1 - v \cdot \rho) - k_p \cdot (1 - v)]} \quad (6).$$

Um die Kosten mit den gegebenen Gleichungen berechnen zu können, müssen die Größen P_a und ρ ermittelt werden. Dies geschieht über eine Stichprobe wie folgt:

Aufgabe:

Eine Baugruppe mit 1000 Lötstellen ist zu untersuchen. Die Losgröße $N=400$. Es soll eine Stichprobennahme nach dem Lotpastendruck erfolgen und die Baugruppen werden mittels eines AOI geprüft. Ziel nach diesem Prozessschritt ist eine Ausbeute von $y=99\%$ (Q99-Produktion; $AQL=1$). Der genutzte Stichprobenplan basiert auf dem Computerprogramm „SPP“ (Autor Dr. Wohlrabe) mit einer Stichprobengröße von $n=36$ und einer Annahmezahl $A_c=1$ (berechnet mit der Hypergeometrischen Verteilung).

Mit diesen bekannten Werten ist es möglich die Annahmewahrscheinlichkeit P_a zu errechnen. Dazu wird ebenfalls die Hypergeometrische Verteilung genutzt. Wenn aber gilt $N \geq 10 \cdot n$, dann kann zur Vereinfachung der Berechnung die Binomialverteilung herangezogen werden:

$$p_k = \binom{n}{k} (1 - p)^{n-k} p^k.$$

Mit dieser Formel werden die Einzelwahrscheinlichkeiten des Auftretens von Fehlern in der Stichprobe des angenommenen Loses berechnet. Die Gesamtwahrscheinlichkeit der Annahme des Loses berechnet sich aus den Einzelwahrscheinlichkeiten wie folgt:

$$P_a = p_0 + p_1 + \dots + p_{A_c} = \sum_{k=0}^{A_c} p_k.$$

Werden nun die gegebenen Werte in diese Formeln eingesetzt, so erhält man als Annahmewahrscheinlichkeit des Loses folgenden Wert:

$$p_0 = (1 - p)^n = (1 - 0,01)^{36} = 0,696$$

$$p_1 = \frac{p_0 \cdot n \cdot p}{1 - p} = \frac{0,696 \cdot 36 \cdot 0,01}{0,99} = 0,253$$

$$P_a = p_0 + p_1 = \underline{\underline{0,949 = 94,9\%}}$$

Die einzige unbekannte Größe zur Berechnung der Kosten ist nunmehr der Reduktionskoeffizient der Fehlerquote ρ . Bekannt ist aber die durchschnittliche

Fehlerquote im Los mit $p=1\%$ (\Rightarrow aus Q99-Produktion). Weiterhin ist die durchschnittliche Fehlerquote in der Stichprobe (bei Annahme des Loses) berechenbar:

$$p_{Sa} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{k=0}^{Ac} k \cdot p_k}{\sum_{k=0}^{Ac} p_k} = \frac{1}{36} \cdot \frac{0,253}{0,949} = 0,0074 = 0,74\%$$

Damit ergibt sich der Reduktionskoeffizient ρ zu:

$$\rho = \frac{p_{Sa}}{p} = \frac{0,0074}{0,01} = 0,74.$$

Durch einsetzen der Kosten k_P , k_R und k_F lassen sich die Gesamtkosten k_S mit Gleichung (23) und k_1 (Kosten für 100%-Prüfung) berechnen und die Trennfehlerquote $p^*_{SPC;100\%}$ kann ermittelt werden:

Bekannte Werte:

$$P_a = 0,949$$

$$N = 400; n = 36 \Rightarrow v = 0,09$$

$$p = 0,01$$

$$p_{Sa} = 0,0074$$

$$\rho = 0,0074$$

Kosten (in EUR):

$$k_F = 13,00$$

$$k_P = 1,00$$

$$k_R = 3,00$$

$$\Rightarrow \begin{array}{ll} \mathbf{k_0 = 0,13} & \text{(siehe (1))} \\ \mathbf{k_1 = 1,03} & \text{(siehe (2))} \\ \mathbf{k_S = 0,26} & \text{(siehe (23)).} \end{array}$$

Die kostengünstigste Prüfstrategie ist in diesem Beispiel die 0%-Prüfung nach dem Lotpastendruck. Diese Aussage gilt aber nur, wenn die mittlere Fehlerquote dieses Prozesses tatsächlich 1% beträgt. Was ist aber, wenn die mittlere Fehlerquote schwankt (z.B. um 5%)? In diesem Falle ist es durchaus möglich, dass die Stichprobenprüfung die kostengünstigste Prüfstrategie darstellt. Ein Simulationsergebnis für das gerechnete Beispiel zeigt Bild 16.

Bild 15 zeigt den qualitativen Verlauf der Kosten für 0-Prüfung (k_0), 100%-Prüfung (k_1) und Stichprobenprüfung (k_2). Mit diesem Graph ist es möglich, die beste Prüfstrategie abzuleiten. Gleichzeitig wird ersichtlich, dass die Stichprobenprüfung (Kostenverlauf k_2) nicht die kostengünstigste Lösung darstellt. Ihr Vorteil liegt darin, dass sie billiger ist als 100%-Prüfung und gleichzeitig Daten für die Prozessüberwachung liefert. Sie ermöglicht ein schnelles Erkennen von Prozessproblemen und ist auch bei neuen Produkten, von denen bisher keine oder wenige Qualitätsdaten vorliegen anwendbar. Kostengünstigste Lösung wird sie bei stark schwankenden Fehlerquoten. Das Grundmodell (Entscheidung zwischen 0- und

100%-Prüfung) funktioniert nur bei Vorliegen sicherer Qualitätsdaten zum betrachteten Produkt über einen längeren Zeitraum.

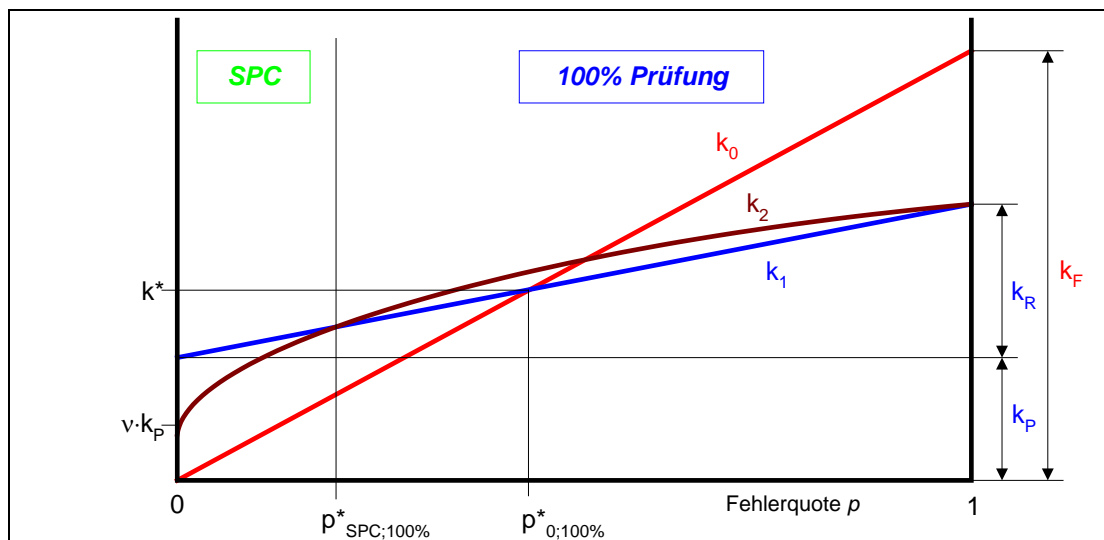


Bild 2: Kostenverläufe für 0-, 100%- und Stichprobenprüfung

Soll für vorgegebene Werte (z.B. entsprechend des berechneten Beispiels) die komplette Kostenkurve angegeben werden, so muss für jeden möglichen Wert der Fehlerquote p diese Berechnung (besonders auch der Annahmewahrscheinlichkeit P_a) durchgeführt werden. Dies ist nur mit numerischen Verfahren möglich oder per Simulation.

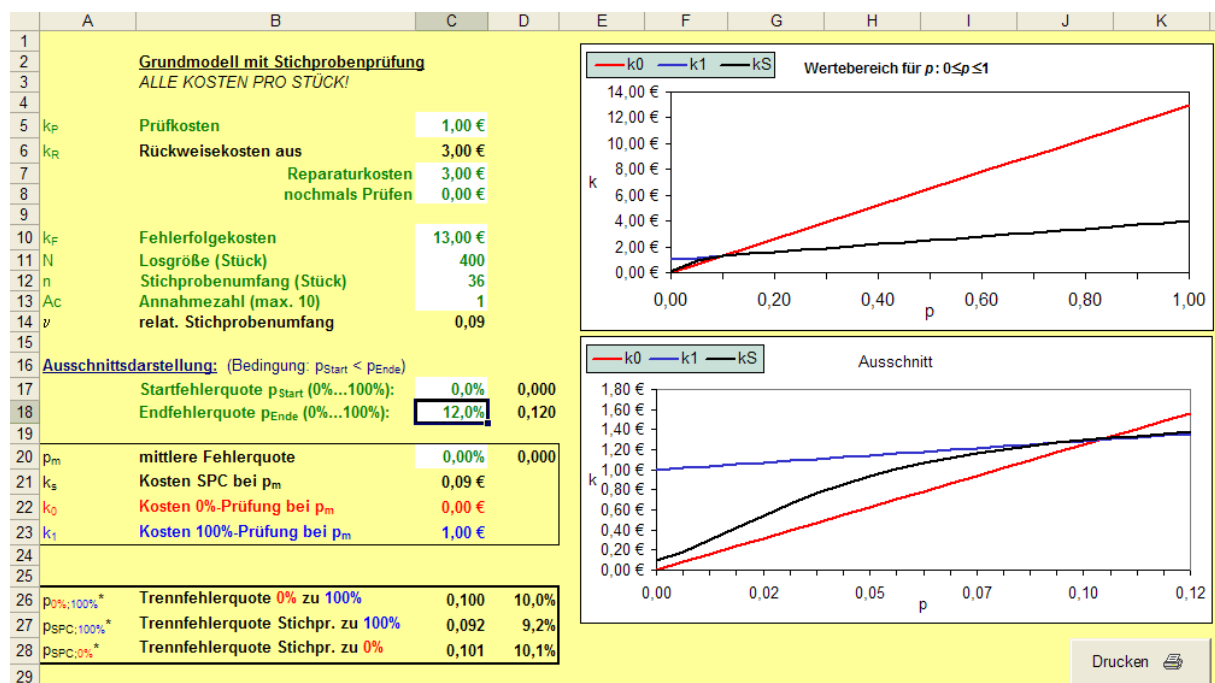


Bild 3: Simulationsergebnis der Kosten des Beispiels (berechnet mit QuKoMod)

Mathematisch gesehen stellt die Kostenfunktion für die Stichprobenprüfung den allgemeinen Fall der Kostenanalyse dar. Die Gleichungen für 0%- und 100%-Prüfung stellen Spezialfälle dieser Kostenfunktion dar:

Herleitung der 0%-Prüfung:

Gegeben: $n = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow r = 0 \rightarrow P_a = 1$
 $k_P = 0; k_R = 0$

$$\begin{aligned} k_{GesS} &= k_P + p \cdot k_R + P_a \cdot (p \cdot (k_F - k_R) \cdot (1 - \rho \cdot v) - k_P \cdot (1 - v)) \\ &= 0 + p \cdot 0 + 1 \cdot (p \cdot (k_F - 0) \cdot (1 - 0 \cdot 0) - 0 \cdot (1 - 0)) \\ &= \underline{\underline{p \cdot k_F}} \end{aligned}$$

Herleitung der 100%-Prüfung:

Gegeben: $n = N \rightarrow v = N/N = 1 \rightarrow r = 1 \rightarrow 0 \leq P_a \leq 1$

$$\begin{aligned} k_{GesS} &= k_P + p \cdot k_R + P_a \cdot (p \cdot (k_F - k_R) \cdot (1 - \rho \cdot v) - k_P \cdot (1 - v)) \\ &= k_P + p \cdot k_R + P_a \cdot (p \cdot (k_F - k_R) \cdot (1 - 1 \cdot 1) - k_P \cdot (1 - 1)) \\ &= k_P + p \cdot k_R + P_a \cdot (p \cdot (k_F - k_R) \cdot 0 - k_P \cdot 0) \\ &= k_P + p \cdot k_R + P_a \cdot (0 - 0) \\ &= \underline{\underline{k_P + p \cdot k_R}} \end{aligned}$$

Daraus kann geschlussfolgert werden, dass die Implementierung des Modells für die Stichprobenprüfung in ein Qualitätskostenoptimierungssystem (bzw. Qualitätsmanagementsystem) die Spezialfälle 0%-Prüfung und 100%-Prüfung ebenfalls abbilden und bewerten kann.

7 Weiterführende Literatur

Aczel (2001)

Aczel, A. D.:
Probability 1.
Reinbek bei Hamburg: Rowohlt
Taschenbuch Verlag, 2001.
ISBN 3-499-60931-2

DGQ (1995)

DGQ-Schrift 11-04:
Begriffe zum Qualitätsmanagement.
Hrsg.: Deutsche Gesellschaft für Qualität
e.V., 6. Aufl. – Berlin; Wien; Zürich: Beuth
Verlag GmbH, 1995.
ISBN 3-410-32860-2

DIN EN ISO 8402 (1995)

Deutsches Institut für Normung:
DIN EN ISO 8402; Qualitätsbegriffe.
Berlin; Wien; Zürich: Beuth Verlag GmbH,
1995.

DIN ISO 2859-1 (1993)

Deutsches Institut für Normung:
DIN ISO 2859-1;
Annahmestichprobenprüfung.
Berlin; Wien; Zürich: Beuth
Verlag GmbH, 1993.

Hering (1999)

Hering, Ekbert; Triemel, Jürgen; Blank,
Hans-Peter:
Qualitätsmanagement für Ingenieure.
4. Auflage – Berlin; Heidelberg; New York;
Barcelona; Hongkong; London; Mailand;
Paris; Singapur; Tokio: Springer Verlag,
1999.
ISBN 3-540-65092-X

IPC-7912 (2000)

IPC – Association Connecting Electronics
Industries:
*IPC-7912; Calculation of DPMO and
Manufacturing Indices for Printed Board
Assemblies*.
Northbrook, Illinois: IPC, 2000.

IPC-A-610 (2000)

IPC – The Institute for Interconnecting and
Packaging Electronic Circuits:
*IPC-A-610 Revision C; Acceptability of
Electronic Assemblies*. Northbrook, Illinois:
IPC, 2000.

Linß (2002)

Linß, Gerhard:
Qualitätsmanagement für Ingenieure.
München; Wien: Carl Hanser Verlag,
2002.
ISBN 3-446-21763-0

Linß (2003)

Linß, Gerhard:
*Training Qualitätsmanagement –
Trainingsfragen-Praxisbeispiele-
Multimediale Visualisierung*.
1. Aufl. – München, Wien: Fachbuchverlag
Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2003.
ISBN 3-446-22127-1

Linß (2006)

Linß, Gerhard:
Statistiktraining im Qualitätsmanagement.
1. Aufl. – München, Wien: Fachbuchverlag
Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2006.
ISBN 3-446-22751-2

Masing (1999)

Masing, Walter (Hrsg.):
Handbuch Qualitätsmanagement.
4. überarb. und erw. Aufl. – München;
Wien: Carl Hanser Verlag, 1999.
ISBN 3-446-19397-9

Mayer (2000)

Mayer, Hans-Josef:
*Kostenoptimale Prozeßplanung für die
mikrotechnische Produktion*.
Fortschr.-Ber. VDI Reihe 2 Nr. 536.
Düsseldorf: VDI Verlag, 2000.
ISBN 3-18-353602-1

Oppermann (2002)

Oppermann, Martin:
*Modellierung und Optimierung des
Qualitätsverhaltens von Fertigungs-
prozessen in der Elektronik: Elektronik-
Technologie in Forschung und Praxis*.
Templin: Verlag Dr. Markus A. Detert,
2002.
ISBN 3-934142-08-7

Oppermann (2014)

Oppermann, Martin:

Zerstörungsfreie Analyse- und Prüfverfahren zur Detektion von Fehlern und Ausfällen in elektronischen Baugruppen.

Templin: Verlag Dr. Markus A. Detert, 2014.

ISBN978-3-934142-50-3

Sauer (2003)

Sauer, Wilfried (Hrsg.):

Prozesstechnologie der Elektronik – Modellierung, Simulation und Optimierung der Fertigung.

München Wien: Carl Hanser Verlag, 2003.

ISBN 3-446-22541

Scheel (1997)

Scheel, Wolfgang (Hrsg.):

Baugruppenttechnologie der Elektronik.

1. Aufl. - Berlin: Verlag Technik; Saulgau:

Leuze Verlag, 1997.

ISBN 3-87480-134-9 (Leuze Verlag)

Schmidt (1996)

Schmidt, Susann:

Entwicklung eines Kostenrechnungsmodells für die Qualitätssicherung.

Aachen: Shaker Verlag, 1996.

ISBN 3-8265-5399-3

Storm (1995)

Storm, Regina:

Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle: mit 120 Beispielen.

10. Aufl. – Leipzig; Köln: Fachbuchverlag, 1995.

ISBN 3-343-00871-0

Wohlrabe (2000)

Wohlrabe, Heinz:

Maschinen und Prozessfähigkeit von Bestückausrüstungen der SMT: Elektronik-Technologie in Forschung und Praxis.

1. Auflage - Templin: Verlag Dr.

Markus A. Detert, 2000.

ISBN 3-934142-01-X